

مثال ۱.۰.۱. مجموع سری زیر را بیابید

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cos nx$$

حل. از فرمول

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

استفاده کرده و می نویسیم

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cos nx &= \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} e^{inx} \\ &= \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^{ix}}{2} \right)^n \\ &= \operatorname{Re} \frac{2}{2 - e^{ix}} \\ &= \frac{1}{2 - e^{ix}} + \frac{1}{2 - e^{-ix}} \\ &= \frac{2 - (e^{ix} + e^{-ix})}{4 - 2(e^{ix} + e^{-ix}) + 1} \\ &= \frac{4 - 2 \cos x}{5 - 4 \cos x} \end{aligned}$$

